Un percorso dello sguardo

Grazia Cotroni

Le disequazioni e la parabola in seconda liceo

2010/2011

Prerequisiti necessari per l’attività didattica:

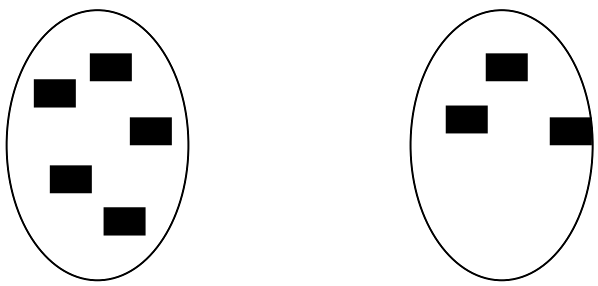
1. la retta
2. sistemi di primo grado (metodo di sostituzione, confronto e grafico)

Esperienza sui simboli di maggiore e minore

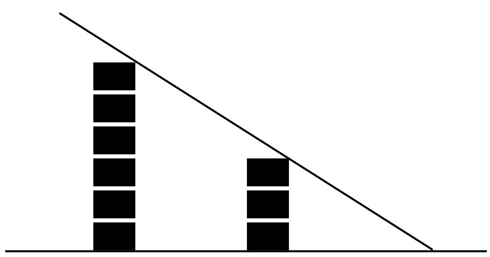
Alcune volte c’è qualche ragazzo che non sa leggere i simboli di maggiore > e di minore < .

E’ possibile proporre quest'esperienza

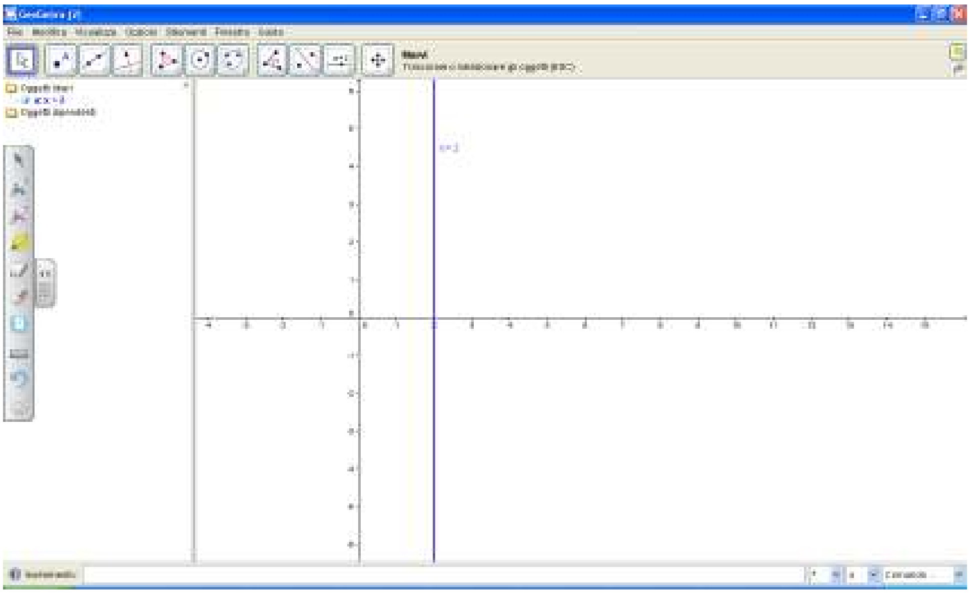
Prendete 2 insiemi,



Supponete di non saper contare. Allora cominciate a spostare ogni rettangolino del primo insieme uno sopra l’altro facendo una torre. Fate la stessa cosa con il secondo insieme. Poi tracciate due rette



Così avete il simbolo fatidico di maggiore e voi lo sapete che l'insieme di sinistra è maggiore di quello di destra. Se mettete prima i mattoncini del secondo insieme e poi quelli del primo ottenete il simbolo di minore.



Quest'esperienza sicuramente l'avete già fatta giocando con le carte o a rubamazzo o a memo. Infatti come fate a dire senza contare le carte quale dei mazzi è il più grande? Li mettete vicini e li confrontate. Il mazzo più alto è il maggiore!!!!

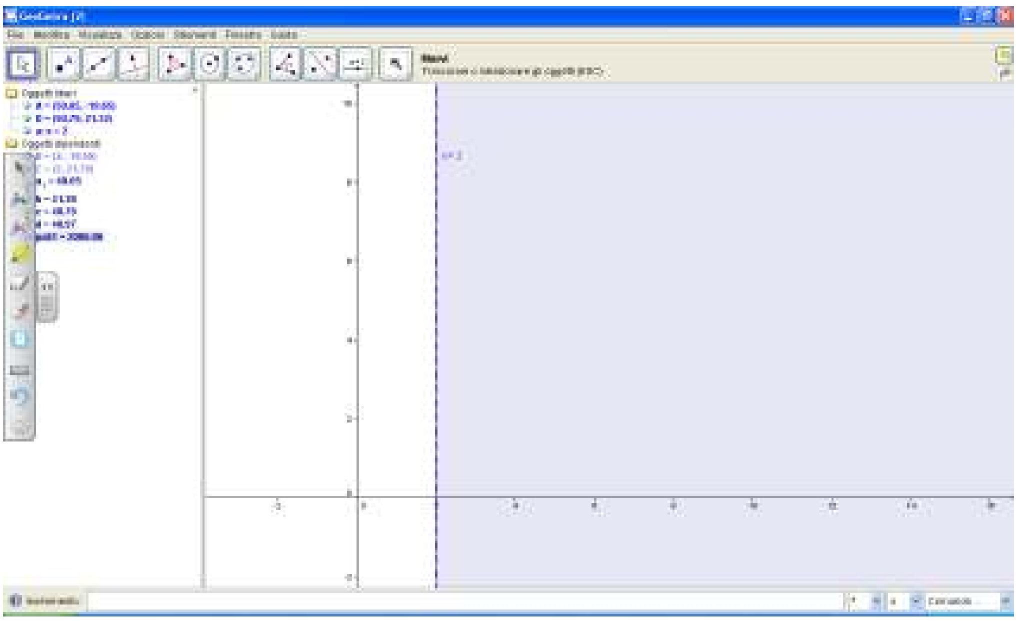
Il lavoro sulle disequazioni è iniziato riprendendo il concetto di retta e analizzandone il grafico.

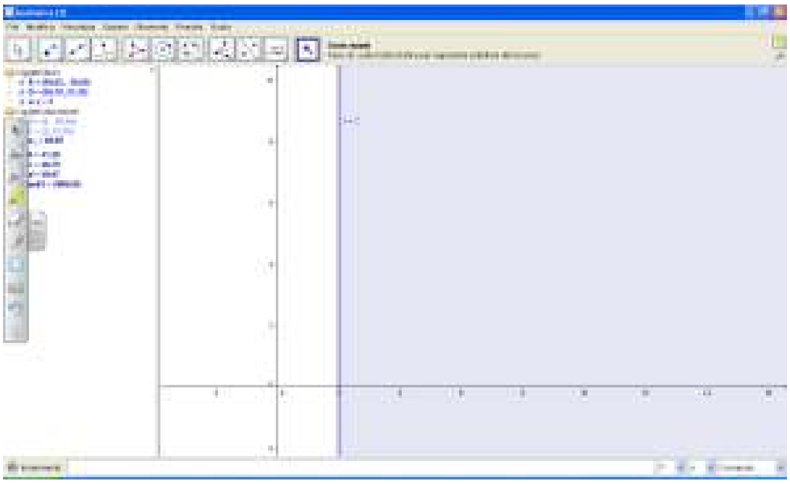
Abbiamo disegnato prima la retta x=2 e ci siamo chiesti quale fosse la caratteristica dei punti che si trovano alla destra della retta x=2. E quelli a sinistra della retta?

I punti a destra della retta hanno tutti x>2.

Quelli a sinistra della retta hanno x<2.

Quindi se scrivo x>2 indico il semipiano a destra della retta (attenzione: la retta è tratteggiata).





Se invece scrivo $x \geq 2$,

la retta la devo disegnare continua e non tratteggiata.

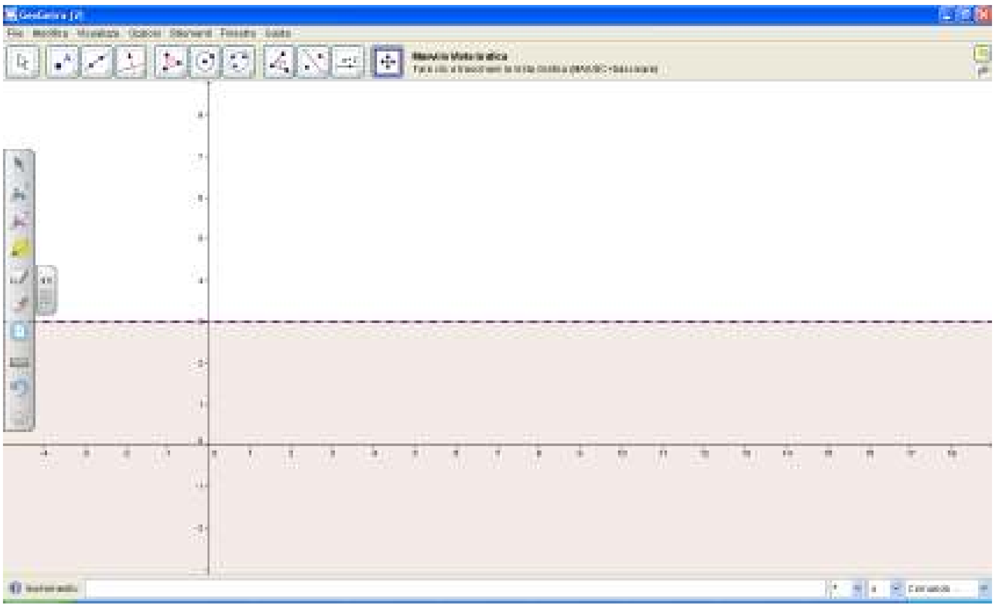
Esercizio:

Disegna sul grafico le disequazioni seguenti:

1. x<-2
2. $x \geq +8$
3. $x \leq -4$
4. $x > 5$

Finora abbiamo disegnato le disequazioni con l'incognita x, e se abbiamo y<3?

Qual è il semipiano corrispondente?



Esercizio:

Disegna sul grafico le disequazioni seguenti:

1. Y < 5
2. $y \geq -3$
3. $y \leq 4$
4. $y > -5$

Una **disequazione** è una disuguaglianza che sussiste solo per determinati valori dell'incognita che in essa figura. Si dice di primo grado quando la x vi compare con grado 1.
Ad esempio: x - 4 ≥ 3x +2 è una disequazione di primo grado

Per risolvere la disequazione valgono le stesse regole delle equazioni di primo grado con **una grande differenza**

Se moltiplico o divido per un numero negativo devo cambiare di verso la disequazione

Esercizio: Risolvere la disequazione x - 4 ≥ 3x +2 e rappresentala nel piano.

Svolgimento:
Porto le x a sinistra, nel primo membro ed i numeri a destra.
x - 3x > 2 + 4
sommo i termini simili (le x con le x e i numeri con i numeri) e ottengo
-2x > 6

Divido entrambi i membri per -2 e contemporaneamente cambio di verso la disequazione

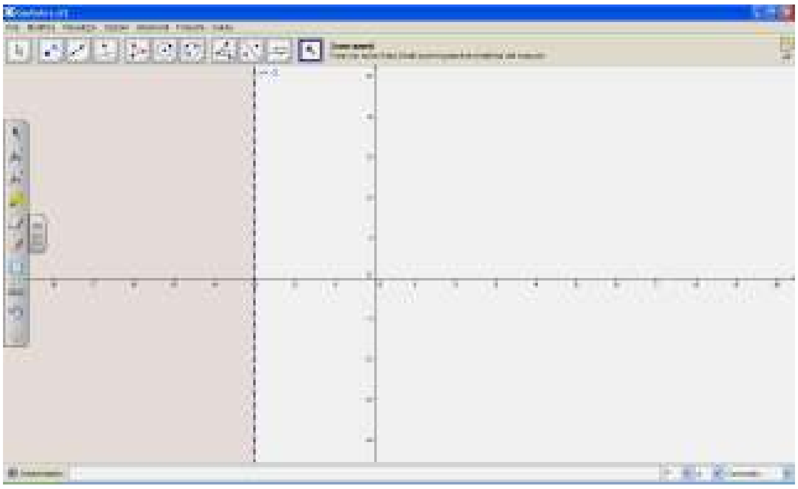
$$\frac{-2x}{-2} < \frac{6}{-2}$$

Semplifico e ottengo
x < - 3
Quindi la soluzione è l'insieme delle x minori od uguali a -3.

Si può indicare anche nei seguenti modi:

$\{x \in R / x < -3\}$ oppure $(-\infty, -3)$

rappresentazione grafica

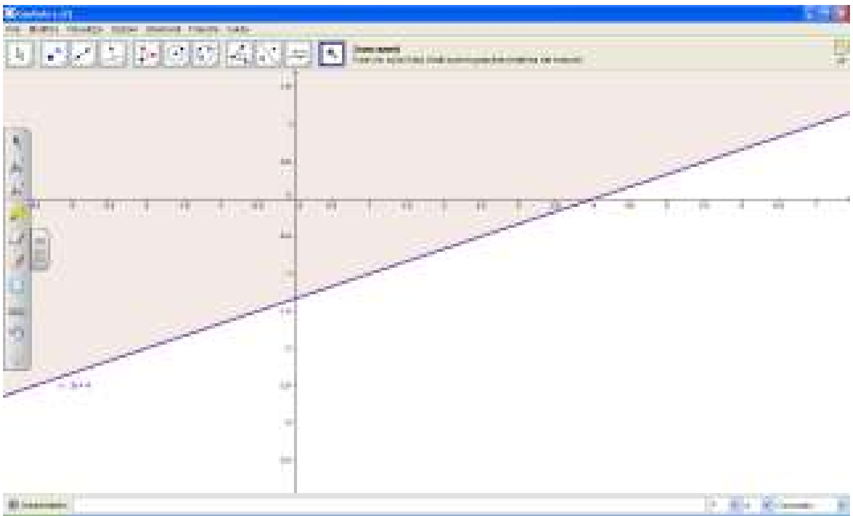


Esercizi:

Risolvi le seguenti disequazioni e rappresentale graficamente.

1. $x + 3 - 3x < 5x - 2 - 8x$
2. $3y + 2 - 2y \leq 4y - 8$
3. $10y + 12 - 4y > 6y - 3$
4. $\frac{x+2}{2} - 2x \geq \frac{4x+3}{3}$
5. $(x + 2)^2 - 2x < x^2 - 4x - 2$

Finora abbiamo visto disequazioni di primo grado con una sola incognita. Cos'è una disequazione di primo grado del tipo $x - 3y \leq 4$?



Quando rappresentiamo graficamente questo tipo di disequazioni $x - 3y \leq 4$, dobbiamo prima disegnare la retta, in questo caso x-3y=4, poi prendere un punto qualsiasi, in generale si prende l'origine degli assi O(0,0) o un punto sugli assi in modo da vedere se quel punto verifica o no la disequazione. Se la verifica, devo colorare il semipiano che contiene quel punto, altrimenti se non verifica la disequazione, colorerò il semipiano che non contiene il punto.

Esercizi:

Risolvi le seguenti disequazioni e rappresentale graficamente.

1. $3x - 2y - 5 \geq 0$
2. $-2x - y + 4 \geq 0$
3. $5x - y + 1 \geq 0$

4. $-3x - y + 4 \geq 7x - 2 + 3y$
5. $6x - 5y + 4 \geq 4x - 5$

Quando abbiamo studiato i sistemi di primo grado, abbiamo sottolineato che risolvere un sistema significa trovare l'intersezione

Prima svolgendo i sistemi di primo grado, trovavamo l'intersezione tra due o più rette.

Nel caso di sistemi di disequazioni, trovo l'intersezione tra due o più semipiani.

Per risolvere un sistema basta risolvere le disequazioni che lo compongono poi considerare le soluzioni che vanno bene per tutte le disequazioni del sistema
Ad esempio risolviamo:

$$\begin{cases} 2x + 14 \geq 12 + x \\ 3x - 2 < 7 \end{cases}$$

Sposto i termini con la x a sinistra, quelli noti a destra

$$\begin{cases} 2x - x \geq 12 - 14 \\ 3x < 7 + 2 \end{cases}$$

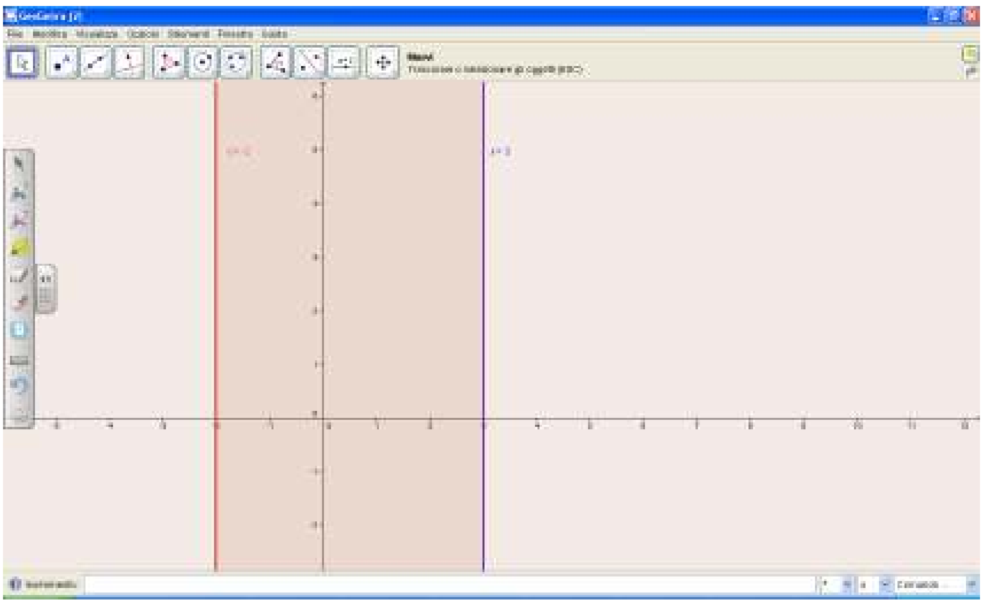
sommo

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ 3x < 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x < 3 \end{cases}$$

la soluzione la troviamo rappresentando le due disequazioni e vedendo l'intersezione dei due semipiani.

La soluzione è $-2 \leq x \leq 3$.



Esercizi:

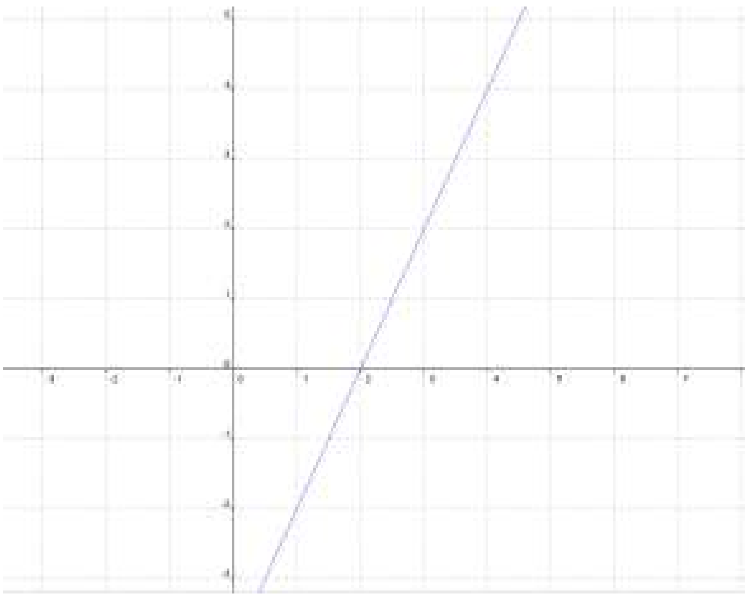
risolvi i seguenti sistemi

1. $\begin{cases} 3x + 1 \geq +3 + 2x \\ 2x - 2 < 4 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 5y + 14 \geq 12 + 6y \\ 3y - 2 < y - 7 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x + 14 \geq 12 + 2x \\ 2x - 1 < 4 \end{cases}$
4. $\begin{cases} +4 \leq 8 + y \\ y - 2 \leq 7 \end{cases}$

Se all'interno del sistema abbiamo delle disequazioni di primo grado in due incognite la risolveremo solo rappresentandola graficamente.

Ritorniamo alla retta.

Consideriamo il grafico seguente. Su di esso abbiamo disegnato la retta y=2x-4.



Costruendo la retta per punti, i ragazzi cominciano a capire che i punti che appartengono alla retta blu, sono quei punti che soddisfano l'equazione y=2x-4. Infatti per disegnare una retta utilizziamo una tabella in cui diamo dei valori ad x e troviamo tramite l'equazione il valore di y corrispondente.

x	y
0	-4
1	-2
2	0

Esempio: $y(0) = 2 \cdot 0 - 4 = -4$

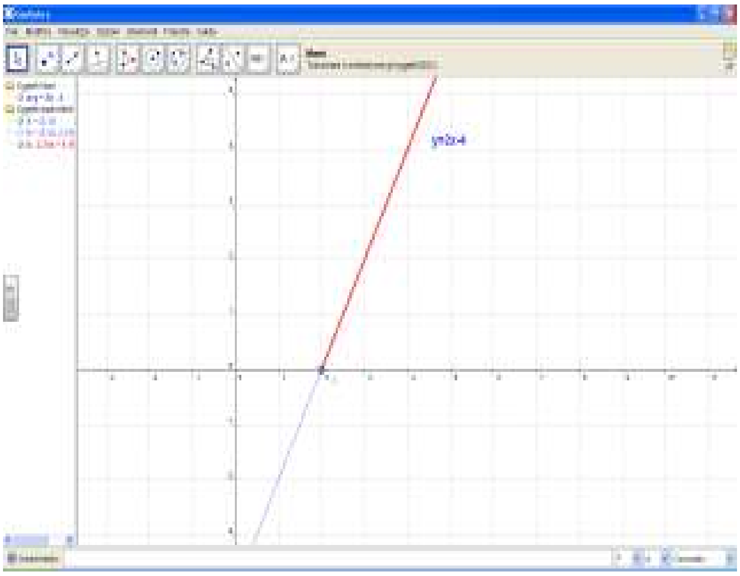
N.b.

Se la retta è scritta in forma implicita, ti ricordo che ti conviene renderla esplicita e dopo compili la tabella. Per disegnare una retta bastano due punti!!!

Esercizio di ripasso:

Disegna le rette seguenti

1. $y = 3x - 5$
2. $y = 4x - 7$
3. $3x - y + 1 = 0$
4. $2x - 3y + 1 = 0$



Adesso guardiamo il grafico a sinistra. Ho la retta y=2x-4 e ho evidenziato di rosso alcuni punti.

I punti della semiretta rossa come hanno l'ordinata? (non voglio il punto A)

Per rispondere alla domanda, prendiamo due punti uno sulla semiretta rossa e l'altro sulla retta blu qual è la differenza?

Prendiamo C(3,2) e D(1,-2)

Se non capisci la differenza, prova a prenderne altri 2 e guarda sempre l'ordinata e chiediti cosa cambia.

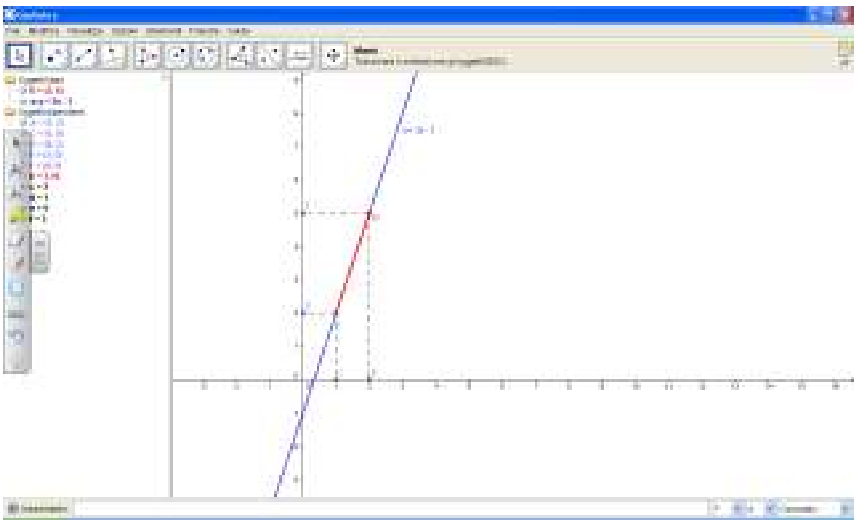
I punti sulla semiretta rossa hanno ordinata y>0 .

E i punti della semiretta rossa come hanno l'ascissa?

Ragionando sempre nello stesso modo potrai notare che hanno x>2.

N.b.

Devi proiettare la semiretta sull'asse y se la domanda chiede le ordinate e sull'asse x se chiede le ascisse.



Rispondi adesso alla seguente domanda:

Quali valori possono assumere le ordinate del segmento AB?

E le ascisse?

Risposta: 2<y<5 , 1<x<2

La parabola

Se faccio variare i coefficienti di un'equazione di primo grado ho una retta. È sempre vero? Dimostralo.

Per dimostrarlo prova a metterti nel caso più semplice y=mx (perché puoi sempre spostare gli assi e metterli in questa condizione).

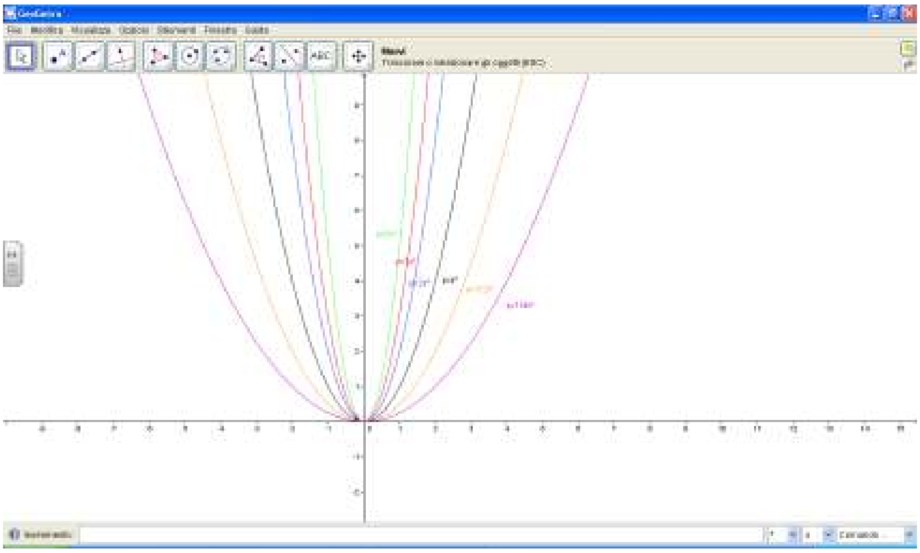
Se invece di avere un'equazione di primo grado ho un'equazione di secondo grado? Che grafico ottengo? Proviamo a vedere cosa accade se ho $y = mx^2$

Proviamo a disegnare i seguenti grafici (compila la tabella per punti come per la retta)

1. $y = x^2$
2. $y = 2x^2$
3. $y = 3x^2$
4. $y = 4x^2$

cosa hai trovato?

Descrivi in due righe questa curva, e cosa cambia al variare del coefficiente davanti alla x^2.



Ora prova a disegnare i seguenti grafici

1. $y = -x^2$
2. $y = -2x^2$
3. $y = -3x^2$
4. $y = -4x^2$

Descrivi in due righe cosa accade se il coefficiente è negativo e cosa accade al **diminuire** del coefficiente davanti alla x^2.

Per ciascuna di queste parabole, rispondi alle seguenti domande:

1. sapresti dire quali punti della parabola hanno ordinata positiva? Colora la parte della parabola richiesta
2. E per quali negativa? Colora la parte della parabola richiesta
3. In quale punto la parabola interseca l'asse delle x? Colora la parte della parabola richiesta
4. E quello delle y? Quali punti della parabola hanno x>0? Colora la parte della parabola richiesta
5. Quali punti della parabola hanno y>0? Colora la parte della parabola richiesta

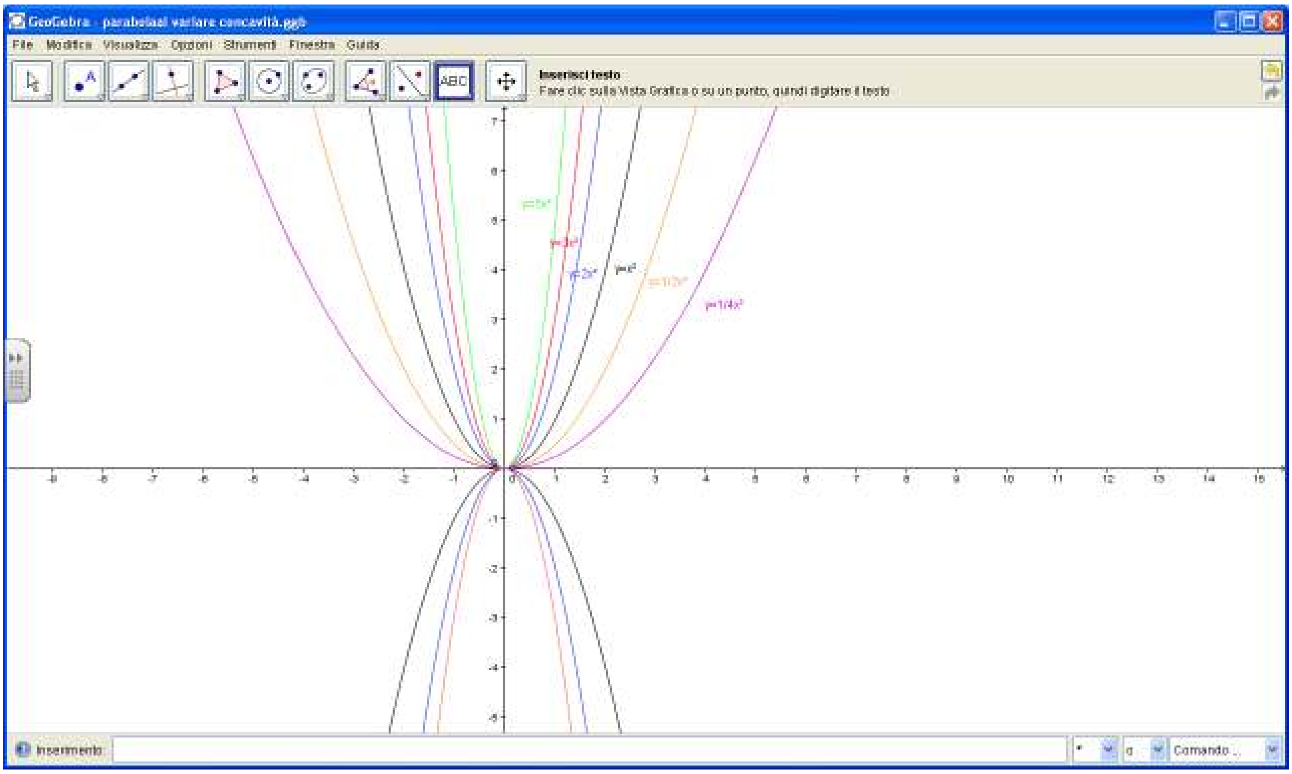
6. Quali punti della parabola hanno x>3? Colora la parte della parabola richiesta
7. Quali punti hanno y<-2? Colora la parte della parabola richiesta

Esercizi di approfondimento:

disegna qualche parabola con coefficiente frazionario. Ad esempio disegna

5. $y = \frac{1}{2}x^2$
6. $y = \frac{3}{4}x^2$
7. $y = -\frac{3}{2}x^2$

Disegna tutte le parabole di questa scheda in un unico grafico con colori diversi. Se ora ti dicessi di disegnare $y = \frac{5}{4}x^2$ sapresti dirmi tra quali parabole si colloca senza disegnare la parabola per punti?



I passi fatti finora

- **Il coefficiente davanti alla x di secondo grado determina la concavità verso l'alto (se è positivo) e verso il basso (se è negativo)**
- **All'aumentare del coefficiente la parabola diventa più stretta, si stringe verso l'asse y**
- **Il vertice è il punto (0,0) ed è un punto di massimo (se il coefficiente è negativo) o di minimo (se il coefficiente è positivo)**

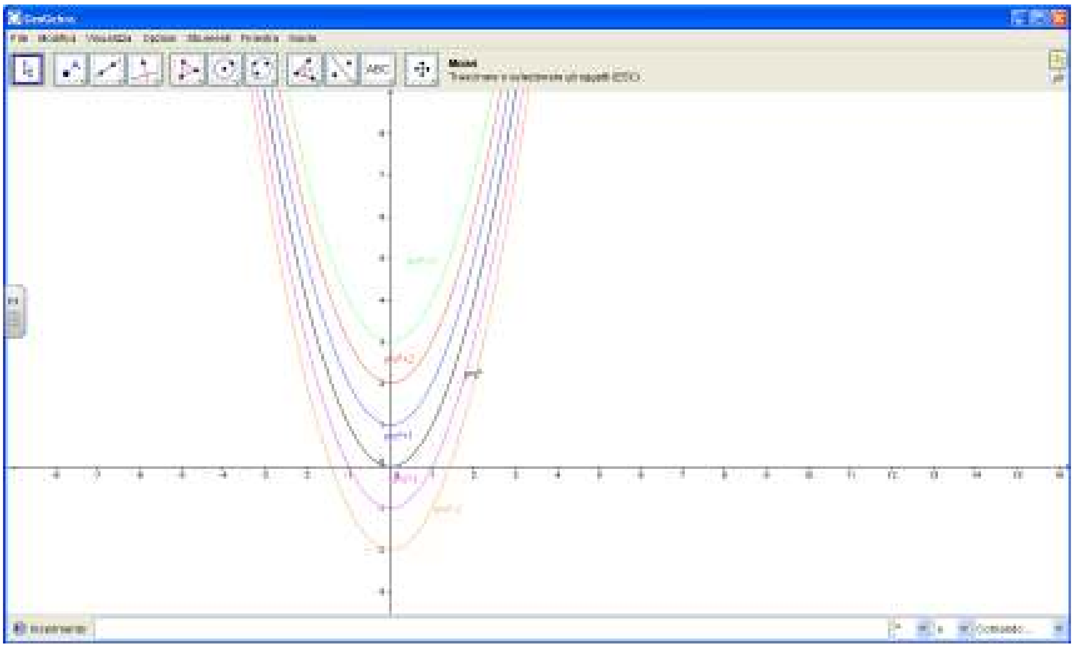
- **L'asse y è un asse di simmetria, cioè funziona come uno specchio**

Finora abbiamo approfondito il grafico di $y = mx^2$.

Ora vediamo in riferimento a $y = x^2$ cosa accade se ad x^2 sommo un numero, cioè mi chiedo cosa accade alla parabola se abbiamo $y = x^2 + q$

Disegna

1. $y = x^2 + 1$
2. $y = x^2 - 1$
3. $y = x^2 + 5$
4. $y = x^2 - 5$
5. $y = x^2 + 4$
6. $y = x^2 - 4$



Descrivi in due righe cosa accade se il coefficiente q è negativo e cosa accade quando è positivo.

Senza disegnare il grafico, e quindi senza fare in grafico punto per punto sapresti ipotizzare come verrà il grafico? Per ognuno scrivi in due righe cosa ti aspetti (sempre in riferimento alla parabola $y = mx^2$).

1. $y = x^2 + 1$
2. $y = -x^2 - 1$
3. $y = 4x^2 + 5$
4. $y = -2x^2 - 5$
5. $y = -3x^2 + 4$
6. $y = 2x^2 - 4$

I passi fatti finora

- **Se il termine noto è positivo, rispetto alla parabola** $y = x^2$

  la parabola $y = x^2 + q$ **è "spostata verso l'alto" del valore di q (si dice che la parabola è stata traslata verso l'alto).**

- **Se q è negativo è traslata verso il basso di q**

- **Il vertice è il punto (0,q) ed è un punto di massimo o di minimo a seconda della concavità**

- **L'asse y è ancora l'asse di simmetria.**

Finora siamo arrivati a studiare una parabola $y = mx^2 + q$. Ora potremmo aggiungere un termine di primo grado in x. In questo modo abbiamo sempre un'equazione di secondo grado!

Consideriamo un caso particolare, cioè $y = x^2 - 10x + 25$

Algebricamente il membro di destra cosa vi ricorda? Il quadrato di un binomio. Infatti questa parabola è la stessa di $y = (x-5)^2$. Proviamo adesso a disegnarla. Rispetto alla parabola $y = x^2$ cosa noti?

Dove si trova il vertice di questa parabola?

Ricostruisci negli esercizi seguenti il quadrato di binomio, poi disegna la parabola e fai attenzione alle coordinate del vertice. Descrivi cosa accade rispetto alla parabola $y = x^2$

Esercizi:

1. $y = x^2 - 14x + 49$
2. $y = x^2 + 6x + 9$
3. $y = x^2 + 4x + 4$
4. $y = x^2 - 16x + 64$
5. $y = x^2 - 4x + 4$
6. $y = x^2 - 6x + 9$
7. $y = 4x^2 - 12x + 9$
8. $y = 9x^2 + 6x + 1$
9. $y = \frac{x^2}{4} + 5x + 25$
10. $y = x^2 + x + \frac{1}{4}$

Adesso prova ad usare lo stesso procedimento in questo esercizio più generale

$$y = x^2 - 2ax + a^2$$

Generalizza il percorso fatto negli esercizi precedenti. Come ti conviene scrivere la parabola per sapere

le coordinate del vertice? Una volta scritta la parabola in quella forma, come ricavi le coordinate del

vertice?

I passi fatti finora

- **Se nell'equazione della parabola c'è il termine in x di primo grado, scriveremo la parabola con il metodo del completamento del quadrato**
- **Una volta scritta l'equazione della parabola in questa forma**

  $y = (x - h)^2$ **vediamo che il vertice ha coordinate (h, 0)**
- **L'asse di simmetria ora è x=h.**

Ora proviamo a cambiare un po' questo quadrato di binomio.

$y = x^2 - 10x + 29$

Rispetto agli esercizi precedenti in cui avevo un quadrato di un binomio, qui il termine noto vedo

che non è 25. Disegniamo la parabola. Rispetto alla parabola $y = x^2 - 10x + 25$ cosa è cambiato?

L'asse di simmetria dove si trova? in x=5. Ma il vertice non è più sull'asse x.

Il 29 possiamo scriverlo come 25+4 e quindi possiamo scrivere la parabola in questo modo

$y = (x - 5)^2 + 4$

N.B.

Da questa scrittura si capisce bene perché **il vertice è un minino (se la concavità è verso l'alto)**.

Perché y è uguale ad un numero più un quadrato che dipende da x e siccome il più piccolo valore che posso dare ad un quadrato è zero posso imporre x-5=0 per ottenere l'ascissa del vertice.

Sostituendo il valore della x trovata, ottengo y=4. In questo modo ho ottenuto le coordinate del vertice (5,4).

Ma allora per trovare il vertice della parabola senza fare il disegno punto per punto conviene scrivere la parabola in questa forma.

Facciamo un po' di esercizi. Lo scopo è capire dov'è il vertice, cioè quali sono le sue coordinate, **senza fare il disegno**.

1. $y = x^2 - 10x + 23$

2. $y = x^2 - 12x + 35$

3. $y = x^2 - 12x + 38$

4. $y = x^2 - 14x + 40$

5. $y = x^2 - 6x + 10$

6. $y = x^2 - 4x + 8$

E se il termine noto manca??? Cosa possiamo fare?

$$y = x^2 - 10x$$

Pensa al procedimento che hai fatto prima. Al posto di scrivere 29 hai scritto 25+4. Ora siccome non

c'è il termine noto, vuol dire che esso è zero. Dal coefficiente della x di primo grado, puoi notare dividendo per 2 che il secondo termine del quadrato di un binomio è 5, quindi facendolo al quadrato potresti ricostruirlo. Devi però mantenere le parabole uguali, per cui se aggiungi 25 dovrai anche sottrarlo. Una volta costruito il quadrato di un binomio, è lo stesso procedimento degli esercizi precedenti.

Esercizi:

1. $y = x^2 - 12x$
2. $y = x^2 - 4x$
3. $y = x^2 - 14x$
4. $y = x^2 - 6x$

N.B.

Guarda sempre il termine con la x di primo grado, quello dovrebbe essere il doppio prodotto del primo termine per il secondo termine, quindi se divido per 2 il termine con la x di primo grado ottengo il prodotto del primo termine per il secondo. In questo modo troverai sempre affianco alla x il secondo termine che dovrai fare al quadrato.

Passiamo alla generalizzazione

Se adesso quindi ti dessi la parabola $y = x^2 - 2ax + b$

Sapresti generalizzare il percorso fatto negli esercizi precedenti? Come scrivi la parabola per sapere le

coordinate del vertice?

I passi fatti finora

- **Se nell'equazione della parabola c'è il termine in x di primo grado, scriveremo la parabola con il metodo del completamento del quadrato**
- **Una volta scritta l'equazione della parabola in questa forma**

  $\boldsymbol{y = (x - h)^2 + k}$ **vediamo che il vertice ha coordinate (h, k)**
- **L'asse di simmetria è x=h.**

Finora però i coefficienti davanti alla x di primo grado erano numeri pari. E se avessimo

$y = x^2 + x$

Come possiamo ricostruire un quadrato di un binomio?

$$y = x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

$$y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

Le coordinate del vertice saranno $V = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$.

Esercizi:

Scrivi la parabola nella forma $\boldsymbol{y = (x - h)^2 + k}$ e indica le coordinate del vertice

1. $y = x^2 - 7x$
2. $y = x^2 - 3x$
3. $y = x^2 - 5x$
4. $y = x^2 - x$

E se adesso avessi una cosa molto lontana da un quadrato di binomio? Come lo ricostruisco?

Spiega per ogni esercizio i passaggi che fai.

1. $y = x^2 - 7x + 12$
2. $y = x^2 - 3x + 2$
3. $y = x^2 - 5x + 4$
4. $y = x^2 + x + 2$
5. $y = x^2 + 5x + 6$

Adesso consideriamo la parabola seguente.

$y = 3x^2 - 7x$ come puoi vedere il coefficiente davanti al termine di secondo grado non è un quadrato.

Come possiamo riottenere un quadrato di un binomio in questo caso?

$$y = 3 \cdot \left(x^2 - \frac{7}{3}x\right)$$

Il termine di primo grado in x non è pari, devo dividerlo per 2 per scoprire quale quadrato manca. In

questo caso il secondo termine è $\frac{7}{6}$, quindi

$$y = 3 \cdot \left(x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{49}{36} - \frac{49}{36}\right)$$

$$y = 3 \cdot \left(\left(x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{49}{36}\right) - \frac{49}{36}\right)$$

$$y = 3 \cdot (x - \frac{7}{6})^2 - \frac{49}{12}$$

Le coordinate del vertice $v = \left(\frac{7}{6}, \frac{49}{12}\right)$.

Generalizziamo

Adesso scriviamo $y = ax^2 + bx + c$.

Ricostruisci come abbiamo fatto finora il quadrato di un binomio cercando di ottenere come risultato

finale un'equazione del tipo $y + h = (x + k)^2$.

Partiamo dalla parabola scritta in modo generico:

$y = ax^2 + bx + c$

Adesso guardo il secondo membro e cerco di costruire un quadrato di un binomio.

Il termine di secondo grado ha come coefficiente un numero che non corrisponde ad un quadrato.

Perciò raccolgo questo coefficiente in modo totale.

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

Ora che ho sistemato il primo termine, guardo il “doppio prodotto”. Siccome non compare il 2 del doppio prodotto posso immaginare che il termine noto sia una frazione in cui al denominatore sia un multiplo di 2. Scopro così cosa devo aggiungere e togliere:

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)$$

$$y = a\left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

$$y = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

Adesso scrivo il secondo membro come quadrato di un binomio

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-b^2}{4a} + c$$

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-b^2+4ac}{4a} \qquad (1)$$

Scopro così le coordinate del vertice

$$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$$

Dalla (1) se voglio ottenere le intersezioni con l'asse x

Porrò a sistema la (1) con y=0

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-b^2+4ac}{4a} \end{cases}$$

Ottenendo $$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{-b^2+4ac}{4a}=0$$

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{+b^2-4ac}{4a}$$

Per ricavare la x, prima divido per a

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{+b^2-4ac}{4a^2}$$

applico l'operazione inversa dell'elevamento al quadrato, e cioè la radice quadrata

Ottenendo $\left(x+\frac{b}{2a}\right)=\pm\frac{\sqrt[2]{b^2-4ac}}{2a}$

quindi

$$x = \frac{-b \pm \sqrt[2]{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Adesso che abbiamo scoperto insieme la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado possiamo

svolgere alcuni esercizi.

Vedi libro.

OSSERVAZIONE

quando scrivo

$y = (x - 5)^2 + 4$

dentro la parentesi c'è sempre l'equazione dell'asse di simmetria.

Allora se al posto di una retta verticale metto una retta generica? ho ancora una parabola.

$y = (x + 3y - 5)^2 + 4$

Qual è il problema?

Quando il quadrato del trinomio è sviluppato è difficile riconoscere la parabola in quella forma. Abbiamo un termine in xy.

Nel nostro caso basterà riconoscere o ricostruire un quadrato di un trinomio quando il testo dell'esercizio ci dirà che l'.

Esercizi per il potenziamento.

Chiaramente non è detto che lo possa fare perché non è detto che l'equazione data sia relativa alla parabola, ma se io dico nell'esercizio che è una parabola loro dovrebbero scoprire l'asse di simmetria.

Problemi di minimo e massimo sulla parabola e non solo!

Problema 1:

Dato un rettangolo di perimetro assegnato p determinare le misure delle sue dimensioni per le quali risulta massima l'area.

Problema 2:

Dato un triangolo rettangolo di perimetro assegnato p e ipotenusa 10 metri determinare le misure dei suoi cateti per le quali risulta massima la sua area.

Problema 3:

Trovare due numeri la cui somma e' 10 tale che la somma dei loro quadrati sia minima

Problema 4:

Si dimostri per via elementare che, se due grandezze positive hanno somma costante, il prodotto e' massimo quando sono uguali.

Problema 5:

Due contadini si incontrano in un negozio di ferramenta: devono acquistare entrambi 40 m di rete metallica necessaria a recintare i loro orti rettangolari. 'Che strano', dice il primo, 'la stessa lunghezza di rete da cinta quando il mio orto ha una superficie ben più grande del tuo!' 'Ma non dire sciocchezze' ribatte il secondo, 'se prendiamo entrambi 40 m di rete significa che i nostri due orti hanno la stessa area!' Chi dei due ha ragione?

Problema 6:

Un'azienda che produce concime ha una capacità produttiva massima pari a 220 quintali alla settimana.

Per la sua produzione sostiene un costo fisso pari a 15.000 euro settimanali ed un costo variabile di 30 euro al quintale. Il prezzo di vendita del prodotto è legato alla domanda dalla funzione: $x = 250 - 0{,}5 * p$. Determinare la quantità da produrre settimanalmente per massimizzare il guadagno

Problema 7:

Un laboratorio artigianale fabbrica birra. Il prezzo unitario è legato alla quantità x venduta secondo la seguente relazione $p = 50 - 0{,}1\,x$. Il costo di produzione giornaliera comporta una spesa fissa di euro 1000 più un costo unitario variabile Cuv= 10 euro . Determinare la quantità di birra da produrre per ottenere il massimo guadagno.

Problema 8:

Una industria farmaceutica produce un medicinale che viene venduto al prezzo unitario di euro (1,55-0,0003615x). Il prezzo unitario è di euro (0,827-0,0002582x). La ditta sostiene inoltre spese fisse mensili pari a euro 672. Determinare il numero massimo di confezioni di tale prodotto che all'industria conviene produrre e determinare il massimo guadagno. Eseguire la rappresentazione grafica e discuterla.

Problema 9:

Una ditta produce della merce che viene venduta al prezzo p=3+0,98x al kg,dove x indica il numero di chilogrammi di merce immessa settimanalmente sul mercato al prezzo p. La ditta deve sostenere costi settimanali C(x) espressi dalla relazione: C(x)=x^2-4,11x+311. Determinare:

a)la quantità di merce da produrre settimanalmente per conseguire il massimo utile;

b)il massimo utile settimanale;

c)il prezzo di vendita corrispondente al massimo utile settimanale.

Problema 10:

Un'industria, che ha una capacità produttiva massima giornaliera di 3000 hg (ettogrammi), produce e vende in condizioni di monopolio un dato bene al prezzo unitario p=2,5-0,0005x, dove x è il numero di ettogrammi prodotti e offerti in un giorno. Sapendo che i costi di produzione sono dati da:

costo fisso giornaliero = € 1000

costo per hg di prodotto = € 0,60

determinare quale quantità conviene produrre e vendere per realizzare il massimo utile e quale quantità minima occorre vendere per non lavorare in perdita.

Problema 11:

Un'azienda che produce concime ha una capacità produttiva massima pari a 220 quintali alla settimana. Per la sua produzione sostiene un costo fisso pari a15.000 euro settimanali ed un costo variabile di 30 euro al quintale. Il prezzo di vendita del prodotto è legato alla domandadalla funzione: x = 250 – 0,5 * p

Determinare la quantità da produrre settimanalmente per massimizzare il guadagno.

Problema 12:

Un'impresa produce un prodotto sostenendo una spesa fissa mensile di 180.000 u.m., un costo di produzione unitario di 50 u.m., una spesa unitaria di vendita pari alla metà del prodotto venduto.

Il prezzo di vendita è di 800 u.m. per prodotto. La quantità massima che può essere prodotta è 1000 unità di prodotto. Determinare e disegnare la funzione guadagno mensile

Problema 13:

Una ditta produce beni in unità non divisibili (es. abiti) e deve decidere il numero di beni da produrre

mensilmente per ottenere l'utile massimo. I dati tecnici sono i seguenti : costo unitario per materia prima e lavorazione u.m. 20.000, spesa fissa mensile u.m. 5.000.0000, prezzo di vendita p = 60.000+15x (dove x è il numero dei beni). Calcolare quante unità del bene produrre per ottimizzare l'utile netto, sapendo che la massima capacità produttiva è 2.000 unità al mese.

Problema 14:

Fra i numeri naturali aventi somma 519 quali sono quelli per cui il prodotto è massimo? E fra i razionali?

Problema 15:

Come deve essere il prodotto fra due numeri naturali affinché la loro somma sia minima?

Problema 16:

tra tutti i triangoli rettangoli nei quali misura 2b la somma di un cateto e dell'ipotenusa,determina quello di area massima...

Problema 17:

Una ditta produce detersivi per lavatrici a costi al litro di 2 euro e sostiene una spesa fissa settimanale di 100 euro. La ditta prevede di ricavare dalla vendita 3 euro al litro con una spesa di vendita per ogni litro pari a 1/1000 del numero di litri venduti. Calcolare il numero di litri che la ditta deve produrre per ottenere il massimo guadagno e quanti per non essere in perdita.

Problema 18:

Siano A e B i punti comuni alle parabole r1 r2 di equazioni y=8x−x2 e y=x2−6x; condotta una retta sparallela all'asse y e dette M e N le intersezioni di s con l'arco AB rispettivamente di r1 r2, determina la lunghezza massima del segmento MN.

Problema 19:

La differenza di due numeri è 2. Qual è il valore più piccolo possibile del loro prodotto?

Problema 20:

800 piedi di terreno sono disponibili per un pascolo rettangolare lungo il fiume, dove il fiume fa da uno dei lati. Trovare le dimensioni che danno la massima area.

Problema 21:

Una palla viene lanciata direttamente verso l'alto da un minimo di altezza di 200 metri con una iniziale velocità di 96 metri al secondo. Dopo quanti secondi la palla raggiungerà la sua massima altezza? E, qual è l'altezza massima?

Problema 22:

Alcuni fuochi d'artificio vengono sparati in aria verticalmente dal suolo ad una iniziale velocità di 80 metri al secondo. Trova il punto più alto del proiettile quando esplode.

Problema 23:

Una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto con una iniziale velocità di 48 metri al secondo. Se la palla è partita da un altezza di 8 metri da terra, determinare il tempo necessario per la palla per colpire terra.

Problema 24:

Un giocatore di golf colpisce un colpo flop la palla che si trova sulla sabbia con una velocità di 45 metri al secondo. Qual è la massima altezza che la pallina da golf può raggiunge?

Problema 25:

Trova la funzione quadratica il cui grafico, che è una parabola, ha x intercetta in x = - 4 e x = 6, e il suo punto più alto è ay coordinare pari a 5.

Problema 26:

Una funzione quadratica ha un valore minimo di - 2 e il suo grafico ha y intercetta a (0, 6) e x intercetta (3, 0). Trovare l’equazione di questa funzione.